



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Física

Programa de Curso

| | |
|--|---|
| Nombre del curso: Métodos Matemáticos de Física I | Requisitos: MA1003 Cálculo III, FS-0227 Física General para Físicos I o FS-0230 Física I |
| Sigla: FS-0433 | Correquisitos: MA- 1005 Ecuaciones Diferenciales |
| Horas: 4 por semana, teoría | Ciclo: IV |
| Créditos: 4 | Clasificación: Curso propio |

1. DESCRIPCIÓN

Este curso cubre los métodos matemáticos necesarios para el desarrollo de la mecánica clásica, la dinámica de fluidos (hidrodinámica), la física de la materia condensada, el electromagnetismo y la mecánica cuántica. Se introducen técnicas avanzadas de análisis vectorial, matricial y tensorial que van más allá de lo visto en el curso de álgebra lineal (MA-1004). Se introduce el cálculo variacional, que utiliza la formulación de la mecánica lagrangiana en la solución de algunos problemas en los campos mencionados. Además, se realiza una introducción a la teoría de grupos y la matemática abstracta, base fundamental en las teorías de campo. La mayor parte de los conceptos desarrollados en este curso, tiene como objetivo describir problemas de la vida real, como modelar problemas balísticos, procesos turbulentos o movimientos de mecánica celeste.

2. OBJETIVOS

Objetivo General

Ampliar el dominio de las herramientas matemáticas asociadas al análisis vectorial, matricial y tensorial.

Objetivos específicos

- Comprender y analizar el concepto de espacios vectoriales, sus propiedades y aplicarlos en la Física.
- Comprender el concepto de matriz y sus propiedades y aplicarlas en la Física.
- Entender los conceptos de tensor y grupo, y analizar algunas de sus

- propiedades.
- Estudiar el cálculo variacional y su utilidad en la Física.

3. CONTENIDOS DEL CURSO

ANÁLISIS VECTORIAL

- Coordenadas Cartesianas
- Escalares y vectores
- Espacios vectoriales y operaciones con vectores
- Espacio de Hilbert
- Vectores base
- Leyes del álgebra vectorial
- Productos escalar y vectorial
- Vectores recíprocos
- Campos escalares y vectoriales
- Diferenciación vectorial
- Operadores diferenciales vectoriales: gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano
- Integración vectorial
- Teorema de la divergencia o de Gauss
- Teorema del rotacional o de Stokes
- Teoremas de Green
- Coordenadas curvilíneas
- Transformación de coordenadas
- Coordenadas esféricas y cilíndricas
- Operadores diferenciales vectoriales en coordenadas curvilíneas

ANÁLISIS MATRICIAL

- Métodos matriciales para la solución de sistemas de ecuaciones lineales
- Diagonalización de matrices: autovalores y autovectores
- Teoremas sobre autovalores y autovectores
- Teorema de Cayley-Hamilton
- Forma canónica de Jordan
- Ortogonalización de Gram-Schmidt
- Matrices de funciones
- Funciones de matrices

INTRODUCCIÓN A TENSORES

- Tensores cartesianos
- Álgebra de tensores
- Delta de Kronecker y símbolo de Levi-Civita
- Pseudotensores y tensores duales

- Tensores en coordenadas no cartesianas

INTRODUCCIÓN A TEORÍA DE GRUPOS

- Definiciones de grupo y subgrupo
- Grupos abelianos y no abelianos
- Grupos discretos y continuos
- Grupos de Lie
- Aplicaciones

CÁLCULO VARIACIONAL

- Variables dependientes e independientes
- Ecuaciones de Euler-Lagrange y formas alternativas
- Variación con restricciones
- Multiplicadores de Lagrange

TEMAS ESPECIALES Y OPCIONALES

- Definidos a criterio de la persona docente, por ejemplo:

Introducción a las formas diferenciales:

- Definición de forma diferencial
- Producto cuña
- Derivada exterior
- Asterisco de Hodge
- Producto interno
- Aplicaciones de las formas diferenciales

4. METODOLOGÍA

Durante el curso se emplea una metodología participativa. Las clases poseen exposiciones magistrales y realización de ejercicios. En las exposiciones magistrales la persona docente deberá dar definiciones, explicaciones teóricas y aplicaciones, empleando las diferentes herramientas matemáticas y de programación disponibles. Se motiva a la indagación de conceptos y al trabajo en grupo e individual.

5. EVALUACIÓN

El rendimiento académico del estudiantado se podrá evaluar por medio de pruebas escritas, cuyos contenidos versarán sobre temas analizados previamente durante las lecciones, análisis de lecturas relacionadas con los contenidos, exámenes cortos, tareas de resolución analítica, tareas programadas (aplicación de métodos

numéricos y lenguaje de programación) y exposiciones, etc. La composición nota final incluirá al menos tres tipos de instrumentos de evaluaciones distintos, siendo uno de ellos las tareas programadas.

6. BIBLIOGRAFÍA

1. Arfken G. B, Weber H. J., Harris, F. E. *Mathematical Methods for Physicists*. Elsevier Academic Press. 7ª edición. EE. UU. 2013.
2. Boas, M. L. *Methods in the Physical Sciences*. John Wiley & Sons. 3a edición. EE. UU. 2006.
3. Butkov, E. *Mathematical Physics*. Addison-Wesley Publishing Company. 1era edición. EE. UU. 1973.
4. Hassani, S. *Mathematical Physics. A Modern Introduction to its Foundations*. Springer-Verlag. 2^{da} edición. EE. UU. 2013.
5. Morse, P. H., Freshback, H. *Mathematical of Theoretical Physics*. McGraw-Hill Book Company. 1^{era} edición. EE. UU. 1953.
6. Spiegel, M. R., Lipschutz, S., Liu, J. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. McGraw-Hill Book Company. 3^{era} edición. EE. UU. 2009.

Aprobado en Resolución Vicerrectoría de Docencia VD-12824-2023 y rige a partir del I ciclo 2024.